AZ ORGONA, MINT A HULLÁMFIZIKA MODELLJE

Készítette: Chen Zhibo

Osztály: 10.B

Tantárgy: Fizika

Témakör: Hang és hullámok

Tartalom

1. Bevezetés

A hang és a hullámjelenségek a fizika egyik legszemléletesebb területét alkotják. A hang mechanikai hullám, amely a rugalmas közegben – például levegőben – terjed. A hullámfizika számos alapjelensége, mint például az interferencia, rezonancia és állóhullámok kialakulása, jól modellezhető egyszerű rendszerekkel.

Az orgonasíp ilyen szempontból kiemelkedően alkalmas modellrendszer. A sípban található levegőoszlop rezgése jól leírható matematikailag, és határfeltételek egyértelműen meghatározzák a kialakuló rezgésmódokat. Emiatt az orgona nemcsak hangszer, hanem a fizikai jelenségek bemutatására is kiváló eszköz.

1. ábra Orgonasípok egy orgonában

Jelen munka célja:

- a csőhossz és a frekvencia közötti kapcsolat kísérleti vizsgálata
- az állóhullámok kialakulásának értelmezése
- az orgonasíp, mint általános fizikai modell bemutatása

A valós orgonákban különböző hosszúságú sípok találhatók, amelyek különböző frekvencián szólalnak meg, így különböző hangmagasságokat hoznak létre.

2. Elméleti háttér

2.1 A hangterjedése:

A hang terjedési sebessége levegőben hőmérsékletfüggő, de közelítőleg:

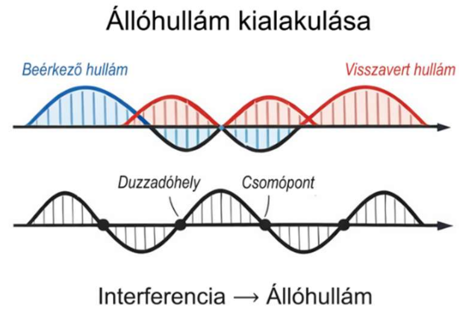
$$v = 331 + 0{,}6T \left(\frac{m}{s}\right)$$

ahol T a hőmérséklet ℃-ban. A kísérlet során mért 21℃ hőmérsékleten:

$$v \approx 343{,}6\frac{m}{s}$$

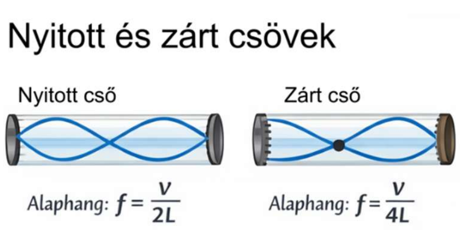
2.2 Állóhullám kialakulása:

Állóhullám akkor keletkezik, amikor egy hullám visszaverődik és találkozik az eredeti hullámmal. Ennek eredményeként kialakulnak a csomópontok (ahol az amplitúdó nulla, vagyis nincs mozgás) és duzzadóhelyek (ahol a rezgés maximális).



2. ábra Állóhullámok és felharmonikusok szemléltetése

2.3 Nyitott és zárt csövek:



3. ábra Nyitott és zárt cső összehasonlítása

Nyitott cső esetén mindkét végén a levegő szabadon mozog, ezért ott duzzadóhely alakul ki, míg zárt cső esetén az egyik vég csomópont.

Alaphang frekvenciája:

Nyitott cső: $f = \frac{v}{2L}$

Zárt cső: $f = \frac{v}{4L}$

Fontos különbség, hogy nyitott csőnél az összes felharmonikus megjelenhet, zárt cső esetében pedig csak a páratlan harmonikusok.

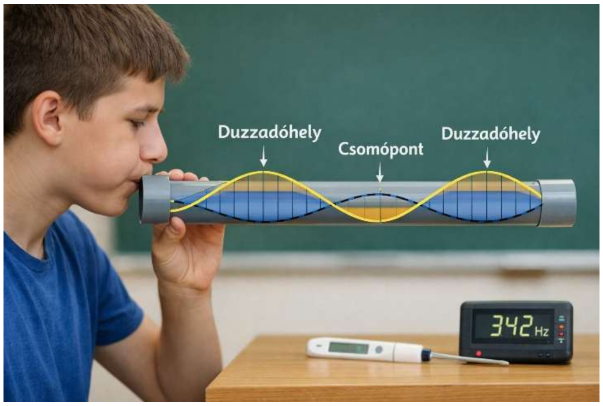
3. Kísérleti módszer

3.1 Eszközök:

- különböző hosszúságú PVC csövek
- mérőszalag
- digitális hőmérő
- frekvenciamérő alkalmazás

3.2 Kísérlet menete:

1. Mérjük meg a cső hosszát
2. Szólaltassuk meg a csövet úgy, hogy rezonancia alakuljon ki (pl. befújással)
3. Rögzítsük az alaphang frekvenciáját
4. Több különböző hosszúsággal ismételjük meg a kísérletet



4. ábra Az orgonasíp-kísérlet elrendezése PVC csövekkel és mérőeszközzel

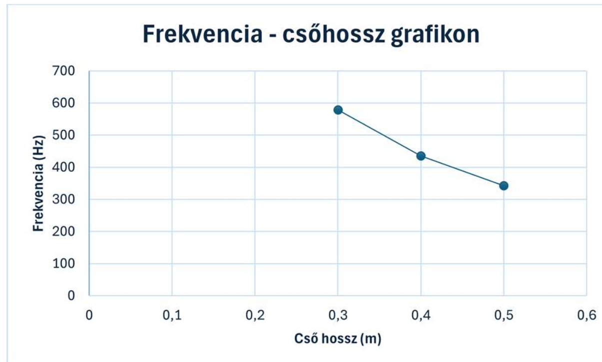
A mérés során figyeljük arra, hogy mindig ugyanúgy fújjuk meg a csövet, és a környezeti hőmérséklet állandó maradjon.

4. Eredmények

Hőmérséklet: 21 ℃

Hangsebesség: $\approx 343{,}6\,\frac{m}{s}$

Cső hosszúsága (m)	Mért frekvencia (Hz)	Elméleti frekvencia (Hz)	Relatív hiba $(\%)$
0,5	342	344	0,58
0,4	435	430	1,16
0,3	578	573	0,87



4.1 Eredmények értelmezése

A mérések alapján jól látható, hogy a frekvencia fordítottan arányos a cső hosszával, vagyis minél hosszabb a cső, annál mélyebb hangot ad. Ez matematikailag a következőképpen írható fel: $f \sim \frac{1}{L}$. Ez jól egyezik az elméleti képlettel.

4.2 Hibaforrások

A relatív hiba kiszámítható a következő képlettel:

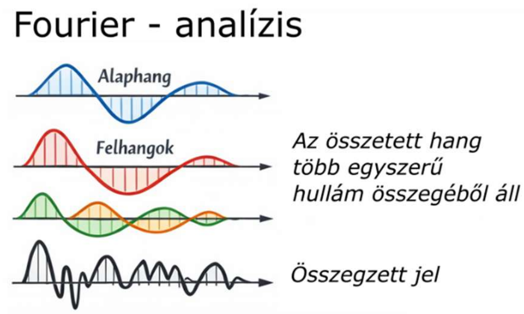
$$\text{relatív hiba } (\%) = \frac{|f_{mért} - f_{elméleti}|}{f_{elméleti}} \cdot 100\%$$

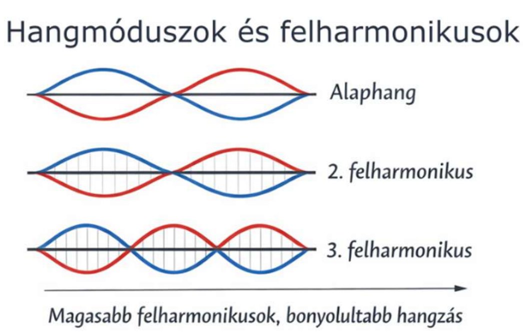
A mérések alapján a relatív hiba minden esetben 1% körül maradt, ami jól egyezik az elméleti várakozásokkal, azonban néhány tényező befolyásolhatja a pontosságot:

- A levegő rezgése nem áll meg pontosan a cső végén, hanem kissé túlnyúlik azon
- Nem ideális a csőforma
- Frekvenciamérő alkalmazás pontossága
- Mérési bizonytalanság

5. Fourier – analízis

A valóságban egyetlen hang sem teljesen tiszta szinuszhullám. Egy adott hang több frekvencia összegéből áll. $f; 2f; 3f; 4f$ … Ezeket a magasabb frekvenciájú összetevőket felharmonikusoknak nevezzük. W. R. Wade, amerikai professzor egy magyar nyelven megjelent nyilatkozatában a következőt mondta a Fourier-analízissel kapcsolatban: *„A klasszikus harmonikus analízis, a Fourier-analízis gyökerei mélyre nyúlnak. Mondhatnám, Isten volt az első, aki Fourier-analízist művelt, amikor fülünkbe beépített egy Fourier-analizátort. Ugyanis már a gyermek is képes arra, hogy különbséget tegyen például a hegedű és a harsona hangja között. Annak ellenére, hogy a hangjegyek, amelyekkel a dallamot leírjuk, ugyanazok. Mi akkor a különbség a két hang között? Az, hogy amikor megszólaltatunk egy hangot, az sosem csupán tiszta hang, hanem több felhangból álló együttes. Kissé általánosabban fogalmazva: minden függvényben, ami egy hangzásnak megfelel, sok rejtett információ van, amit észlelni kell, s fülünk észlelni is tudja."* Ez röviden azt jelenti, hogy amit egy hangként hallunk, az valójában több egyszerű rezgés összege.





A Fourier-analízis szerint minden periodikus jel felbontható egyszerű szinuszos hullámok összegére. Az orgonasíp esetében ez azt jelenti, hogy a hallott hang az alaphang és a felhangok kombinációja.

A hangszín különbsége különböző hangszerek esetén abból adódik, hogy a felharmonikusok amplitúdója eltérő.

A Fourier–analízis mellett beszélhetünk Fourier–szintézisről is, amely során egy periodikus jel szinusz és koszinusz függvények összegeként állítható elő:

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos\frac{n\pi x}{L} + b_n \sin\frac{n\pi x}{L} \right)$$

ahol a_n és b_n együtthatók a felharmonikusok amplitúdóját adják meg.
A fenti képlet részletes matematikai leírást ad, de a lényeg az, hogy az összetett hang több egyszerű hullám összege.

6. Kapcsolatok más fizikai rendszerekkel

Az orgonasíp működése hasonló más rezonáns rendszerekhez:

6.1 Elektromos rezgőkör:

Egy LC-körben az energia váltakozik az elektromos és mágneses tér között, és saját frekvencia alakul ki, amely megfeleltethető az orgonasíp rezonanciájának.

Orgona	**Elektromos kör**
levegő rezeg	töltés rezeg
nyomásváltozás	feszültség
cső hossza	L és C érték

6.2 Elektromágneses rezonátorok:

Mikrohullámú üregekben az elektromágneses állóhullámok alakulnak ki. A fizikai elv megegyezik, csak a rezgő mennyiség más.

6.3 Zenei hangközök:

A zenei hangközök egyszerű arányokon alapulnak:

Hangköz	**Frekvencia arány**
Oktáv	$1:2$
Kvint	$2:3$
Kvart	$3:4$

Ez a harmonikus sorból következik, amely az orgonasípban is megjelenik.

Ezért a fenti arányok „természetesek”, és konszonanciának halljuk őket, míg a többi hangköz, mint pl. kis félhang vagy nagy szeptim, ezek frekvenciaaránya a nagyobb egész számok arányából adódik (pl.: $25:24$; $15:8$). Mivel egy hangközt akkor érzünk kellemesnek, ha a két hang frekvenciájának aránya minél kisebb egész számok aránya. Persze, a konszonancia természetesen nem abszolút fogalom, függ az ízléstől, szokástól és divattól.

7. Következtetések

A vizsgálat során kísérleti és elméleti módszerekkel elemeztük az orgonasíp működését, mint hullámfizikai modellt. A kapott eredmények alapján az alábbi következtetések vonhatók le:

1. *Az orgonasíp, mint modell:*

   Az orgonasíp egyszerű felépítése ellenére kiválóan alkalmas az állóhullámok szemléltetésére, a rezonancia bemutatására, és a határfeltételek szerepének vizsgálatára, ezért is különösen értékes demonstrációs eszköz az oktatásban.

2. *A frekvencia és csőhossz kapcsolata:*

   A mérések igazolták, hogy: $f \sim \frac{1}{L}$

   Ez azt jelenti, hogy minél hosszabb a cső, annál mélyebb a hang, és minél rövidebb a cső, annál magasabb a hang.

3. *A rezonancia szerepe:*

   A rezonancia alapvető fizikai jelenség, amely nemcsak akusztikai rendszerekben, hanem elektromos, optikai és kvantumfizikai rendszerekben is megjelenik. Ezáltal az orgonasíp egy általános fizikai elv konkrét megvalósulása.

4. *A fizika és zene kapcsolata:*

   A vizsgálat rávilágított arra, hogy a zenei hangközök egyszerű matematikai arányokkal leírhatók, a hangszín nemcsak a frekvencia határozza meg, hanem az is, hogy milyen felhangok vannak jelen, és a zenei harmónia az a fizikai törvények következménye.

Az orgona tehát nem csupán hangszer, hanem a hullámfizika egyik legszemléletesebb és legkomplexebb modellje, amelyben a természet törvényei hallató formában jelennek meg. A legnagyobb orgonasípok akár több méter hosszúak is lehetnek, és rendkívül mély hangokat képesek létrehozni, amit már inkább érezni lehet, mint hallani. Ez jól mutatja, hogy a fizika nem csupán elméleti tudomány, hanem a mindennapi életben is érzékelhető jelenségeket ír le. Az orgona hangja így nemcsak zenei élmény, hanem a hullámfizika törvényeinek közvetlen megnyilvánulása.

8. Források

- https://en.wikipedia.org/wiki/Fourier_analysis
- https://en.wikipedia.org/wiki/Fourier_series
- https://csclub.uwaterloo.ca/~pbarfuss/The_Physics_of_Musical_Instruments.pdf
- http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/index.html